

Analytische Geometrie

Dreiecke
Vierecke

GROSSE AUFGABENSAMMLUNG

Wird erweitert

Lösungen nur auf der Mathe CD

Datei Nr. 20050

Stand November 2005

F. Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

1. Dreiecksaufgaben

Aufgabe 111

Gegeben ist das Dreieck $A(\frac{1}{2} | 2)$, $B(3 | -3)$, $C(-\frac{5}{3} | \frac{1}{2})$

Berechne zuerst die Mittelpunkte der Dreiecksseiten, dann die Steigungen der Dreiecksseiten.

Daraus berechne die Gleichungen der

- Mittelparallelen
- Mittelsenkrechten
- Seitenhalbierenden
- Eckenlote = Höhen

Aufgabe 112

Gegeben ist das Dreieck $A(-2 | 2)$ $B(3 | -3)$ $C(0 | 3)$

- Berechne den Flächeninhalt. (AB sei die Grundseite)
- Berechne die Innenwinkel
- Berechne den Schnittpunkt der Seitenhalbierenden
- Berechne den Schnittwinkel der Mittelsenkrechten

Aufgabe 113

Gegeben sind $A(2 | -3)$ $B(5 | 0)$ $C(-1 | 3)$

- Zeige, dass ABC ein gleichschenkliges Dreieck ist.
- Berechne den Schnittpunkt der Seitenhalbierenden
- Berechne den Flächeninhalt
- Ergänze D so, daß ABCD ein Parallelogramm wird. Wie groß ist dessen Inhalt?

Aufgabe 114

Die drei Geraden g, h und k begrenzen ein Dreieck.

- Berechne dessen Eckpunkte und seinen Umfang.
- Die Mittelpunkte der Dreiecksseiten bilden wieder ein Dreieck: Welche Gleichungen haben die Geraden durch diese Mittelpunkte?

(Man nennt sie die Mittelparallelen im Dreieck, denn sie gehen durch die Seitenmittelpunkte und sind, wie das Ergebnis zeigen wird, parallel zu den Dreiecksseiten)

- $g: y = \frac{1}{2}x + 1$, $h: y = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$, $k: y = 3x - 9$
- $g: y = -\frac{1}{2}x + 4$, $h: y = \frac{5}{2}x - 8$, $k: y = -2x + 1$
- $g: y = 3x + 1$, $h: y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$, $k: y = x - 2$

Aufgabe 121

Gegeben sind die Geraden $g_1: y = -7x - 13$, $g_2: y = x - 5$ und $g_3: y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$. Sie begrenzen ein Dreieck ABC.

- Berechne die Eckpunkte (Zwischenergebnis: $x_A = -2$; $x_B = -1$ und $x_C = 4$).
- Zeige, dass das Dreieck gleichschenkelig ist. Ist es sogar gleichseitig?
- Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.
- Ergänze ABC durch einen Punkt D, so dass ABCD ein Parallelogramm ist. Welche besondere Art von Parallelogramm liegt vor?
- Das Viereck ABCD besitzt einen Inkreis. Berechne dessen Mittelpunkt M und seinen Radius und stelle die Kreisgleichung auf.

Aufgabe 130

- Stelle die Gleichungen der Mittelsenkrechten s_a , s_b und s_c im Dreieck ABC auf, wobei $A(-3 | -2)$, $B(3 | -4)$ und $C(1 | 2)$ ist.
- Zeige, dass sich diese Geraden in einem Punkt M schneiden.
- Stelle die Gleichung des Umkreises des Dreiecks ABC auf.

Aufgabe 131

Gegeben ist ein Dreieck ABC durch $A(-4 | 3)$, $B(-4 | -5)$, $C(4 | 1)$

- Stelle die Gleichungen der Dreiecksseiten auf.
- In welchem Punkt Q schneiden sich die Mittelsenkrechte r zu AB und die Mittelparallele t zu AB?
- Berechne den Schnittpunkt der Seitenhalbierenden.
- Gleichung des Umkreises?
- Inhalt des Dreiecks ABC?

Aufgabe 132

Gegeben ist das Dreieck ABC durch $A(3 | -8)$, $B(6 | 1)$ und $C(-1 | 8)$.

- Zeichne das Dreieck in ein Achsenkreuz mit Längeneinheit 1 cm (x-Achse von -9 bis 7, y-Achse von -9 bis 9, - ganze Seite).
- Berechne den Umfang des Dreiecks, seine Innenwinkel sowie seinen Flächeninhalt.
- Stelle die Gleichung des Umkreises des Dreiecks ABC auf. Mittelpunkt M und Radius r sind zu berechnen.
- Ergänze das Dreieck ABC durch einen geeigneten Punkt D zu einem Parallelogramm ABCD. Berechne die Koordinaten von D.
- Zeige, daß $E(-9 | 6)$ auf dem Kreis liegt und auch auf der Geraden (AM). Welche spezielle Form hat das Dreieck ABE? Begründung ist erforderlich.

Aufgabe 133

Gegeben ist das Dreieck ABC durch $A(-2|-3)$, $B(7|0)$, $C(0|6)$.

- Zeichne das Dreieck und prüfe nach, ob es gleichschenkelig oder gar gleichseitig ist.
- Berechne seinen Flächeninhalt
- Die Parallele p zu Ab durch C und die Parallele q zu BC durch A schneiden sich im Punkt D, der ABC zu einem Parallelogramm ABCD macht. Berechne die Koordinaten von D.
- Der Umkreis des Dreiecks ABC hat seinen Mittelpunkt im Schnittpunkt U der Mittelsenkrechten. Berechne dessen Koordinaten und den Radius r des Umkreises.

Aufgabe 134

Gegeben sind die Punkte $A(-2|-3)$, $B(6|-\frac{7}{2})$, $C(0|5)$.

- Zeichne das Dreieck. Zeige durch Rechnung, dass es eine besondere Form hat.
- Berechne auf einfachste Weise den Flächeninhalt des Dreiecks sowie die Innenwinkel.
- Durch die Form des Dreiecks kann man den Umkreismittelpunkt ganz einfach berechnen. Führe dies durch und berechne auch dessen Radius.
- Berechne den Schnittpunkt der Mittelsenkrechten von Ab mit der Seitenhalbierenden von BC,

Aufgabe 135

Gegeben sind $A(2|4)$, $B(2|-2)$ und $C(-1|-5)$.

- Berechne den Flächeninhalt dieses Dreiecks (Grundseite AC)
- Stelle die Gleichung des Umkreises auf.
- Berechne die Koordinaten des Punktes D, so daß ABCD ein Parallelogramm wird.
- Spiegle B an (AC). Der Bildpunkt heiße E.
(Anleitung: E liegt auf dem Lot von B nach AC und die Abstände sind gleich: $\overline{BF} = \overline{FE}$.

Aufgabe 141

Gegeben ist das Dreieck ABC mit $A(-5 | -5)$, $B(10 | 2)$, $C(6 | 6)$

Fertige eine Zeichnung an (ganze Seite DIN A4).

- a) Untersuche, ob es gleichschenkelig ist. Berechne seinen Inhalt.
- b) Stelle die Gleichung seines Umkreises auf.
- c) Es gibt zwei gleichschenkelige Dreiecke mit AB als Grundseite und Basis, die denselben Flächeninhalt haben wie ABC.
Berechne die neuen Eckpunkte C_1 und C_2 .
- d) Spiegelt man B an AC, so entsteht ein symmetrischer Drachen:
Welche Koordinate hat die neue Ecke E?
- e) Auf der Geraden $x = 9$ liegen zwei Punkte des Umkreises.
Welche Koordinaten haben sie?
- f) Berechne die Tangentengleichungen in A, B und C.
In welchen Punkten schneiden sie sich?

Aufgabe 151

Gegeben sind drei Punkte $A (-5 | 3)$, $B (-1 | -5)$, $C (4 | 6)$.

- a) Zeichne das Dreieck und berechne seine Innenwinkel sowie den Umfang,
- b) Berechne den Inhalt des Dreiecks ABC (Grundseite AC).
- c) Stelle die Gleichungen der drei Seitenhalbierenden s_a , s_b , s_c auf. Zeige, dass sie sich in einem Punkt S (Schwerpunkt) schneiden.
- d) Stelle die Gleichungen der Mittelsenkrechten L_1 , L_2 , L_3 auf. Zeige, dass sie sich in einem Punkt M (Umkreismittelpunkt) schneiden. Welche Gleichung hat der Umkreis?
- e) Ergänze ABC zu einem Parallelogramm ABCD. Berechne die Koordinaten von D.
- f) Es gibt zwei Dreiecke, die gleichschenkelig sind (Basis AC) und denselben Flächeninhalt haben wie ABC. Konstruiere diese Punkte und berechne ihre Koordinaten.

2. Vierecksaufgaben

Aufgabe 211

Gegeben ist ein Viereck durch folgende Geraden:

$$g: y = \frac{1}{2}x - 2; \quad h: y = -x + 7 \quad k: y = \frac{1}{2}x + 4 \quad i: y = 2x + 4$$

- Um was für ein Viereck handelt es sich? Beweis!
Berechne die Koordinaten der Eckpunkte.
- Berechne den Flächeninhalt dieses Vierecks.
- Berechne die Innenwinkel des Vierecks auf kürzeste Art
und den Diagonalschnittpunkt.

Aufgabe 212

Gegeben sind die vier Geraden

$$g_1: y = -\frac{1}{2}x + 4, \quad g_2: x = -4, \quad g_3: y = \frac{1}{4}x - 2, \quad g_4: y = x - \frac{7}{2},$$

Sie begrenzen ein Viereck, in dessen Innern der Ursprung liegt.

- Berechne die vier Eckpunkte.
- Zeige, dass die Seitenmittelpunkte ein Parallelogramm bilden.
Berechne den Inhalt dieses Parallelogramms.

Aufgabe 213

Gegeben sind ist ein Viereck ABCD durch die Punkte

$$A(-5 | -1), \quad B(3 | -2), \quad C(5 | 4) \quad \text{und} \quad D(-1 | 6).$$

- Zeichne das Viereck in ein Achsenkreuz mit Längeneinheit 1 cm.
- Zeige durch Rechnung, dass ABCD ein symmetrischer Drachen ist.
(Anleitung: Dazu sind zwei Indizien zu überprüfen!)
- Berechne den Inhalt des Drachens ($A = \frac{1}{2} ef$; e und f sind die Diagonalen).
- Zeige, dass die Mittelpunkte R, S, T, U des Drachens ein Parallelogramm bilden.
- p sei die Parallele zu CD durch A und q sei die Gerade durch B und C.
p und q schneiden sich in einem Punkt Z.
Berechne den Inhalt des Trapezes AZCD. ($A_{\text{Tr}} = m \cdot h = \frac{1}{2}(a + c) \cdot h$)

Aufgabe 214

- 4) Gegeben ist das Dreieck ABC mit $A(-5 | -5)$, $B(10 | -2)$ und $C(6 | 6)$.
Zeichnung: Ganze Seite DIN A4 !
- Untersuche, ob es gleichschenkelig ist. Berechne seinen Inhalt.
 - Stelle die Gleichung seines Umkreises auf.
 - Es gibt zwei gleichschenkelige Dreiecke mit AB als Grundseite und Basis, die denselben Flächeninhalt haben wie ABC.
Berechne die neuen Eckpunkte C_1 und C_2 .
 - Spiegelt man B an AC, so entsteht ein symmetrischer Drachen:
Welche Koordinate hat die neue Ecke E?
 - Auf der Geraden $x = 9$ liegen zwei Punkte des Umkreises.
Welche Koordinaten haben sie?
 - Berechne die Tangentengleichungen in A, B und C.
In welchen Punkten schneiden sie sich?